

Здесь $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$ — набор, состоящий из $+$ и $-$, $\Gamma^\varepsilon = \gamma_1^{\varepsilon_1} \times \dots \times \gamma_n^{\varepsilon_n}$, где $\gamma_v^{\varepsilon_v} = \{|\xi_v - a_v| = \rho_v^{\varepsilon_v}\}$ — окружность, ориентированная положительно, если $\varepsilon_v = +$, и отрицательно, если $\varepsilon_v = -$; суммирование распространяется на все наборы ε из n знаков. Далее мы разлагаем $\frac{1}{\xi - z}$ в соответствующие геометрические прогрессии, интегрируем почленно и заменяем интегралы по $\gamma_v^{\varepsilon_v}$ интегралами по γ_v (с изменением знака, если $\varepsilon_v = -$) ▶

Особенно интересны лорановские разложения в окрестности бесконечных точек пространства \bar{C}^n . Они характеризуются тем, что радиусы R_ν с индексами, соответствующими бесконечным координатам точки, равны бесконечности. Такими разложениями, в частности, представляются функции, голоморфные в бесконечных точках \bar{C}_n . Напишем для примера разложение функции f , голоморфной в точке $(a_1, \infty) \in \bar{C}^2$, где $a_1 \neq \infty$. По определению п. 3 функция $f\left(\xi_1, \frac{1}{\xi_2}\right) = \varphi(\xi_1, \xi_2)$ голоморфна в точке $(a_1, 0)$ и, значит, представляется рядом Тейлора

$$\varphi(\xi_1, \xi_2) = \sum_{k_1, k_2=0}^{\infty} c_{k_1 k_2} (\xi_1 - a_1)^{k_1} \xi_2^{k_2},$$

сходящимся в некотором бикруге $\{|\xi_1 - a_1| < r_1, |\xi_2| < r_2\}$. Подставляя сюда $\xi_1 = z_1$, $\xi_2 = \frac{1}{z_2}$, получим нужное разложение Лорана функции f :

$$f(z_1, z_2) = \sum_{k_1, k_2=0}^{\infty} c_{k_1 k_2} \frac{(z_1 - a_1)^{k_1}}{z_2^{k_2}};$$

оно сходится в окрестности $\left\{ |z_1 - a_1| < r_1, |z_2| > \frac{1}{r_2} \right\}$ точки (a_1, ∞) .

Области сходимости рядов Лорана (4) являются, очевидно, областями Рейнхарта. Кроме того, если область сходимости содержит какую-либо точку z^0 с координатой $z_v^0 = a_v$, то в разложении (4) не может быть отрицательных степеней разности $z_v - a_v$, т. е. относительно этой разности (4) является тейлоровским разложением. Поэтому области сходимости рядов Лорана являются так называемыми *относительно полными* областями Рейнхарта. Область Рейнхарта называют *относительно полной*, если она при фиксированном v либо не пересекается с плоскостью $\{z_v = a_v\}$, либо вместе с каждой точкой z^0 содержит и все точки z , для которых $|z_v - a_v| \leq |z_v^0 - a_v|$, а остальные координаты те же, что z^0 (это условие выполняется для всех v).