где $\{a_x\}$ — некоторое множество элементов из A, почти все из которых равны 0. Эти элементы a_x называются *коэффициентами* линейной комбинации. Пусть N — множество всех линейных комбинаций элементов из S. Тогда N — подмодуль в M, так как если

$$\sum_{x \in S} a_x x \quad \text{и} \quad \sum_{x \in S} b_x x$$

— две линейные комбинации, то их сумма равна

$$\sum_{x \in S} (a_x + b_x) x,$$

а если $c \in A$, то

$$c \Big(\sum_{x \in S} a_x x \Big) = \sum_{x \in S} c a_x x,$$

и эти элементы снова являются линейными комбинациями элементов из S. Мы будем называть N подмодулем, *порожденным* S, а S — множеством *образующих* для N. Иногда мы будем писать $N = A\langle S \rangle$. Если S состоит из одного элемента x, то модуль, порожденный x, записывается также в виде Ax или просто (x), и иногда мы будем говорить, что (x) есть *главный модуль*.

Модуль M называется *конечно порожденным*, или модулем *конечного типа*, если он имеет конечное число образующих.

Подмножество S модуля M называется *линейно независимым* (над A), если из равенства нулю линейной комбинации

$$\sum_{x \in S} a_x x$$

обязательно вытекает, что $a_x = 0$ для всех $x \in S$. Если S линейно независимо и если две линейные комбинации

$$\sum a_x x \quad \text{и} \quad \sum b_x x$$

равны, то $a_x = b_x$ для всех $x \in S$. Действительно, вычитание одной линейной комбинации из другой дает $\sum (a_x - b_x) x = 0$, откуда $a_x - b_x = 0$ для всех x. Если подмножество S линейно независимо, то мы будем также говорить, что его элементы линейно независимы. Аналогично *семейство* $\{x_i\}_{i \in I}$ элементов из M называется линейно независимым, если, какова бы ни была линейная комбинация

$$\sum_{i \in I} a_i x_i = 0,$$

$a_i = 0$ для всех i. Подмножество S (соответственно семейство $\{x_i\}$) называется *линейно зависимым*, если оно не является линейно независимым, т. е. если существует соотношение

$$\sum_{x \in S} a_x x = 0 \quad \Big(\text{соответственно } \sum_{i \in I} a_i x_i = 0\Big),$$

в котором не все a_x (соответственно a_i) $= 0$.