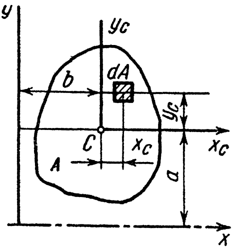

Рис. 12.10. Параллельный перенос системы координат

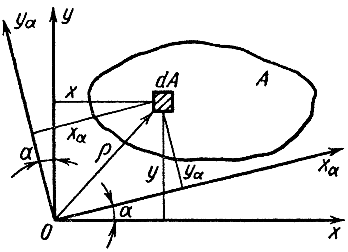

Рис. 12.11. Поворот системы координат

Если оси координат имеют общее начало, как показано на рис. 12.11, то, используя соотношения:

$$x_\alpha = x\cos\alpha + y\sin\alpha;\ y_\alpha = -x\sin\alpha + y\cos\alpha, \qquad (12.19)$$

находим

$$J_{x_\alpha} = J_x\cos^2\alpha - J_{xy}\sin 2\alpha + J_y\sin^2\alpha;$$
$$J_{y_\alpha} = J_x\sin^2\alpha + J_{xy}\sin 2\alpha + J_y\cos^2\alpha; \qquad (12.20)$$
$$J_{x_\alpha y_\alpha} = \frac{J_x - J_y}{2}\sin 2\alpha + J_{xy}\cos 2\alpha.$$

Очевидно, что

$$J_{x_\alpha} + J_{y_\alpha} = J_x + J_y = \text{const}. \qquad (12.21)$$

Согласно (12.20) моменты инерции являются непрерывными функциями угла α. При повороте осей координат они изменяются. Наибольшие и наименьшие значения осевых моментов инерции называются главными, а соответствующие им оси координат – главными осями инерции.

Из первого равенства (12.20) устанавливаем, что

$$\frac{dJ_{x_\alpha}}{d\alpha} = -2J_x\sin\alpha_0\cos\alpha_0 - 2J_{xy}\cos 2\alpha_0 + 2J_y\sin\alpha_0\cos\alpha_0,$$

где α_0 – угол наклона главных осей координат. Из этого равенства получаем значение угла наклона, при котором J_{x_α} принимает экстремальное значение

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y}. \qquad (12.22)$$

Эта формула аналогична формуле для определения положения главных площадок.